

Научная статья

УДК 519.688

<https://doi.org/10.25686/2306-2819.2022.4.63>

Метод уточнения значения частотного сдвига спектра, полученного в условиях малой разрешающей способности анализатора

А. Ф. Аглиуллин, Т. А. Аглиуллин, Б. И. Валеев, Е. В. Куликова, А. В. Мальцев, О. Г. Морозов, А. Ж. Сахабутдинов[✉]

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ,
Российская Федерация, 420111, Казань, ул. К. Маркса, 10.
azhsakhabutdinov@kai.ru[✉]

Аннотация. В статье предложен новый метод определения частотного сдвига спектра, полученного в условиях малой разрешающей способности анализатора, позволяющий за счет математической обработки сигнала, описывающего спектр, определять его частотный сдвиг с разрешающей способностью на два порядка большей, чем приборная. Метод основан на представлении сигнала, описывающего сдвинутый по частоте спектр в виде непрерывной всюду дифференцируемой функции, разложении её в ряд Тейлора, аппроксимации его производных конечными разностями заданного порядка и определении частотного сдвига методом наименьших квадратов. Дано математическое обоснование метода, приведены результаты математического моделирования. Обсуждены перспективы применения предложенного метода.

Ключевые слова: метод определения частотного сдвига спектра; разрешающая способность; математическое обоснование; результаты математического моделирования; перспективы применения

Финансирование: работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках программы «Приоритет 2030».

Введение. Задача определения частотного сдвига спектра (ЧСС) отражения или пропускания, вызванного различного рода физическими воздействиями, является достаточно актуальной задачей во многих областях науки и техники [1]. Зачастую существующие приборы, например оптико-электронные анализаторы спектра, на обеспечивают требуемой разрешающей способности [2], а ЧСС необходимо определить с точностью, её превышающей.

Ключевой задачей при проектировании оптоволоконных измерительных систем является определение центральной длины волны волоконной брэгговской решётки (ВБР), используемой в качестве

чувствительного элемента волоконных сенсоров, и её частотного (волнового) сдвига. Источником информации для определения центральной длины волны ВБР в классических оптико-электронных интеррогаторах (устройств, опрашивающих центральную длину волоконных брэгговских решёток), работающих на интерферометрах Фабри-Перо, перестраиваемых лазерах, частотных фильтрах или дифракционных решётках, является спектральная характеристика, получаемая в виде дискретного набора пар значений длины волны и амплитуды [3]. Основной проблемой, с которой сталкиваются разработчики, является невысокая точность определения

© Аглиуллин А. Ф., Аглиуллин Т. А., Валеев Б. И., Куликова Е. В., Мальцев А. В., Морозов О. Г., Сахабутдинов А. Ж., 2022.

Для цитирования: Метод уточнения значения частотного сдвига спектра, полученного в условиях малой разрешающей способности анализатора / А. Ф. Аглиуллин, Т. А. Аглиуллин, Б. И. Валеев и др. // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Сер.: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. 2022. № 4 (56). С. 38-50. DOI: <https://doi.org/10.25686/2306-2819.2022.4.38>

ЧСС ВБР при внешнем физическом воздействии на неё в сравнении с частотным положением спектра невозмущенной решётки. Следствием этого является невысокая точность определения величины указанного внешнего физического воздействия.

В литературе известны различные способы уточнения положения центральной длины волны ВБР в условиях малой разрешающей способности измерения спектра, в частности метод обработки сигнала, заключающийся в уточнении положения центральной длины волны по трём отдельным точкам путём построения по ним полинома второго порядка и определения его центра [4]. Развитием этого подхода является построение полинома наименьшего среднеквадратичного отклонения, проходящего через несколько отдельных точек спектра ВБР [5]. Ещё одним подходом, позволяющим решить поставленную задачу, является метод центра масс, который заключается в замене определения центральной длины ВБР на определение центра масс плоской фигуры, образованной сверху огибающей спектра, слева и справа границами диапазона измерений, а снизу осью абсцисс [6]. Ранее авторами был рассмотрен метод интерполяции спектра симметричной ВБР кривой Гаусса [7] и определения положения её центра, который давал хороший результат, если спектр ВБР был представлен большим количеством точек.

Вместе с тем описанные выше методы [4–7] дают неудовлетворительные результаты, если к невысокой разрешающей способности анализатора спектра на практике добавляется флуктуация мощности оптического излучения и к тому же сам спектр ВБР представляется малым (от 3 до 7) количеством точек.

Как указывалось, необходимость разработки новых методов уточнения ЧСС ВБР возникает одновременно с требованием повышения точности определения величины внешнего физического воздействия. Классически эту задачу можно решить

напрямую за счёт повышения разрешающей способности используемого оптико-электронного анализатора спектра, что влечет за собой не только модернизацию элементной базы, но и необходимость использования более дорогостоящих её компонент, цена которых растет экспоненциально с ростом разрешающей способности.

Вторым подходом, который доказал свою актуальность, является переход к радиофотонной [8, 9] интеррогации, которая наиболее эффективна при работе с адресными [10] и даже многоадресными [11, 12] волоконными брэгговскими структурами, объединёнными в мало- и много-сенсорные системы. Так или иначе, этот подход также требует замены оборудования, перехода на новые технологии измерений и новые типы датчиков.

И у экспериментаторов, и у производителей оборудования остро возникает вопрос, не существует ли методов, позволяющих повысить точность своих приборов экстенсивным путём, без замены комплектующих и перехода на иную технологию измерений. На такое решение задачи направлены ранее опробованные нами методы математической обработки ЧСС, которые позволили сначала на порядок повысить разрешающую способность, примерно до 15–17 пм [13], после чего путём особого учёта нелинейных искажений спектра ещё на порядок, а в некоторых случаях и на два порядка повысить этот показатель примерно до 1,5 пм, но только для малых ЧСС [7] (порядка единиц ГГц).

Таким образом, **целью работы** является нахождение такого метода обработки сигнала, описывающего спектр гауссовой ВБР, полученный в условиях малой приборной разрешающей способности, который обеспечивал бы заданную точность определения положения её центральной длины волны при возможном смещении спектра на $\pm 0,5$ нм (± 60 ГГц) в обе стороны от положения невозмущённой решётки.

Постановка задачи. Обозначим исходный набор данных с невозмущённым

спектром как $\{x_i, y_i\}$, а набор данных со сдвинутым по частоте спектром – как $\{x_i, d_i\}$, $i = 0, N$. Считаем, что условие внешнего физического воздействия на ВБР такое, что оно обеспечивает лишь ЧСС и изменение его амплитуды без искажения гауссовой формы. Это предположение одновременно учитывает вероятные колебания уровня мощности источника излучения и вероятность динамических потерь. Полагаем, что ЧСС и изменение амплитуды происходит в двух осях одновременно (рис. 1).

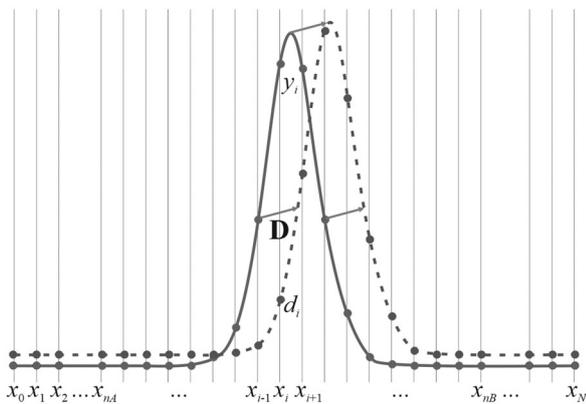


Рис. 1. Схема спектра ВБР в невозмущённом (сплошная линия, $\{y_i\}$) состоянии и после воздействия (пунктирная линия, $\{d_i\}$)

Fig. 1. The spectrum of a fiber Bragg grating (FBG) in its unperturbed state (solid line, $\{y_i\}$) and after exposure (dotted line, $\{d_i\}$)

На рис. 1 использованы следующие обозначения: x_i – длина волны; nA – индекс при x на правой, а nB – на левой границах контролируемой части спектра; $h = x_{i+1} - x_i$ ($i = 0, N - 1$) – шаг дискретизации спектра; y_i – амплитуды спектра в невозмущённом состоянии; d_i – амплитуды спектра после сдвига; $\mathbf{D}(\Delta x, \Delta y)$ – вектор сдвига, одинаковый для всех точек спектральной кривой. Функция $f(x)$ гауссова, определена, непрерывна и бесконечное число раз дифференцируема для всех x в диапазоне $[x_0, x_N]$, более того $\{y_i\}$ и $\{d_i\}$ – значения этой функции $f(x)$, измеренные в невозмущённом положении и после сдвига.

Задача состоит в определении координат вектора сдвига \mathbf{D} по оси абсцисс Δx и по оси ординат Δy . Основной целью ре-

шения задачи является поиск ЧСС по оси абсцисс, но задача решается в общей постановке.

Математическое обоснование метода. Учитывая то, что исходный и сдвинутый по частоте спектры — это значения одной и той же непрерывной и всюду дифференцируемой функции $f(x)$, мы имеем право записать

$$\begin{cases} y_i = f(x_i), \\ d_i = f(x_i + \Delta x) + \Delta y, \end{cases} \quad \forall i = \overline{1, N}. \quad (1)$$

Используем условие: $f(x)$ бесконечное число раз дифференцируема в каждой точке. Тогда функция $f(x_i + \Delta x)$ может быть представлена в виде разложения в ряд Тейлора в окрестности x_i :

$$f(x_i + \Delta x) = f(x_i) + \sum_{n=1}^{nD} \frac{f^{(n)}(x_i)}{n!} \Delta x^n + o(\Delta x^{nD+1}), \quad \forall i = \overline{1, N}, \quad (2)$$

где nD – количество производных, используемое при аппроксимации разложения; $o(\Delta x^{nD+1})$ – остаточный член ряда Тейлора, величина погрешности которого имеет порядок Δx^{nD+1} .

Пренебрегая в соотношении (2) малой величиной в виде остаточного члена ряда Тейлора, подставим выражение (2) в формулу (1):

$$d_i = y_i + \sum_{n=1}^{nD} \frac{f^{(n)}(x_i)}{n!} \Delta x^n + \Delta y, \quad \forall i = \overline{1, N}. \quad (3)$$

Получим систему из N уравнений, содержащую $2 + nD \cdot N$ неизвестных, а именно Δx , Δy и nD производных $f^{(n)}(x_i)$ в каждой из x_i точек ($n = 1, nD$ and $i = 1, N$).

Производная любого порядка может быть аппроксимирована конечно-разностными соотношениями с заданным порядком аппроксимации по заданному дискретному шаблону точек. Для центральных (симметричных) конечных разностей по шаблону из $nP = 2 \cdot nS + 1$ точек $\{x_{i-nS}, \dots, x_i, \dots, x_{i+nS}\}$ производная любого порядка может быть представлена линейной комбинацией значений функции в точках шаблона:

$$p_{i,n} = f^{(n)}(x_i) = \sum_{k=-nS}^{+nS} C_{k+nS} f(x_{i+k}), \quad (4)$$

$$i = \overline{nS, N-nS}, \quad n = \overline{1, nD},$$

где C_k – коэффициенты линейной комбинации, а $p_{i,n}$ – производная n -го порядка в точке x_i .

Центральные конечные разности не позволяют вычислить производную на концах всего интервала (в точках сетки с индексами $i = 0, nS - 1$ и $i = N, N - nS$). Для аппроксимации производной в крайних точках можно использовать несимметричные конечные разности, например «конечные разности вперёд» и «конечные разности назад», но пока оставим этот вопрос за рамками обсуждения, считая, что интервал $[x_{nA}, x_{nB}]$ находится строго внутри интервала $[x_{nS}, x_{N-nS}]$.

Коэффициенты C_k линейной комбинации в разложении (4) в случае симметричных конечных разностей для аппроксимации производной степени nD могут быть найдены как решение системы линейных уравнений:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{C} = \mathbf{B}, \quad (5)$$

где \mathbf{A} – матрица системы линейных уравнений; \mathbf{B} – вектор свободных членов; \mathbf{C} – вектор коэффициентов.

В соответствии с данными обозначениями элементы матрицы \mathbf{A} определяются так:

$$\mathbf{A} = \{A_{i,j}\} = (j - nS)^i, \quad \forall i, j = \overline{0, nP-1}, \quad (6)$$

а векторы свободных членов –

$$\mathbf{B} = \{B_i\} = nD! \delta(nD), \quad i = \overline{0, nP-1}, \quad (7)$$

где nP – порядок производной; $\delta(x)$ – дельта функция.

Все \mathbf{C} коэффициенты могут быть рассчитаны для производной произвольного порядка nD на произвольном эквидистантном симметричном шаблоне, содержащем nP точек, при условии $nD \leq nP - 1$. В противном случае вектор свободных

членов \mathbf{B} , вычисляемый по формуле (7), равен нулю, и система уравнений (5) имеет тривиальное решение. Порядок аппроксимации производной определяется величиной $(nP - nD + 1)$.

Таким образом, исходный набор данных $\{x_i, y_i\}$ ($i = 0, nP-1$) позволяет определить производные $p_{i,n}$ любого заданного максимального порядка nD , вычисленные в качестве конечных разностей на симметричном шаблоне из nP точек, во всех внутренних точках x_i ($i = nS, N-nS$).

Следовательно, с учётом сделанных обозначений и заранее вычисленных производных соотношения (3) переписутся в виде

$$d_i = y_i + \sum_{n=1}^{nD} \frac{p_{i,n}}{n!} \Delta x^n + \Delta y, \quad \forall i = \overline{nA, nB}. \quad (8)$$

В формуле (8) против (3) не только использованы обозначения для вычисленных производных, но и изменены пределы изменения значения индекса i , поскольку смещение спектра отражения каждого датчика уместно определять только по тому выделенному диапазону длин волн, в которых он существует. В итоге соотношения (8) дают $(nB - nA + 1)$ уравнений для определения всего двух неизвестных Δx и Δy – координат вектора смещения $\mathbf{D}(\Delta x, \Delta y)$. Нахождение решения переопределённой системы ведётся методом наименьших квадратов, путём минимизации выпуклого положительно определённого функционала:

$$\Phi(\Delta x, \Delta y) = \sum_{i=nA}^{nB} \left(y_i - d_i + \sum_{n=1}^{nD} \frac{p_{i,n}}{n!} \Delta x^n + \Delta y \right)^2 \rightarrow (9)$$

$$\rightarrow \min \geq 0.$$

Требование минимума (9) эквивалентно системе из двух уравнений, составленных из частных производных от $\Phi(\Delta x, \Delta y)$ по Δx и Δy :

$$\begin{cases} \sum_{i=nA}^{nB} \left(\left(y_i - d_i + \sum_{n=1}^{nD} \frac{p_{i,n}}{n!} \Delta x^n + \Delta y \right) \sum_{n=1}^{nD} \frac{p_{i,n}}{n!} n \Delta x^{n-1} \right) = 0, \\ \sum_{i=nA}^{nB} \left(y_i - d_i + \sum_{n=1}^{nD} \frac{p_{i,n}}{n!} \Delta x^n + \Delta y \right) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Уравнения системы (10) возможно разрешить относительно переменных и свести их к двум отдельным уравнениям. Более того, Δy может быть явно выражено из последнего уравнения:

$$\Delta y = \frac{1}{nB - nA + 1} \sum_{i=nA}^{nB} \left(y_i - d_i + \sum_{n=1}^{nD} \frac{P_{i,n}}{n!} \Delta x^n \right). \quad (11)$$

Подстановка Δy из формулы (11) в первое уравнение системы (10) даёт алгебраическое уравнение одной переменной для определения Δx :

$$P(\Delta x) = \sum_{i=nA}^{nB} \left(\left(y_i - d_i + \sum_{n=1}^{nD} \frac{P_{i,n}}{n!} \Delta x^n + \sum_{n=1}^{nD} \frac{P_{i,n}}{n!} \Delta x^n + \frac{\sum_{i=nA}^{nB} \left(y_i - d_i + \sum_{n=1}^{nD} \frac{P_{i,n}}{n!} \Delta x^n \right)}{nB - nA + 1} \right) \times \right. \\ \left. \times \sum_{n=1}^{nD} \frac{P_{i,n}}{n!} n \Delta x^{n-1} \right) = 0. \quad (12)$$

При этом уравнение (12) представляет собой полином степени $(2 \cdot nD - 1)$, а решение этого уравнения эквивалентно нахождению всех корней полинома $P(\Delta x)$, имеющего в общем случае ровно $(2 \cdot nD - 1)$ корней. Нечётная степень полинома гарантирует наличие хотя бы одного вещественного корня. Более подробно исследование характера полинома $P(\Delta x)$ и задача выделения единственного искомого корня приведены ниже.

Общий алгоритм работы предложенного подхода разделяется на две группы действий, первая из которых осуществляется предварительно и однократно, а вторая – в процессе каждого измерения.

Предварительная последовательность действий заключается в определении нечётного количества точек шаблона nP и количества учитываемых производных в разложении ряда Тейлора – nD . Порядок погрешности при аппроксимации производной определяется величиной $\Delta x^{nP - nD + 1}$, где в качестве Δx предполагается величина максимального смещения спектра от невозмущенного положения. Вычисляют-

ся все коэффициенты C , необходимые аппроксимации производной всех порядков (до nD включительно) по заданному количеству точек шаблона. Осуществляется однократное контрольное измерение спектра с получением спектра $\{y_i\}$ в дискретных точках $\{x_i\}$ для $i = 0, N$. На основе полученного спектра осуществляется вычисление производных $p_{i,n}$ всех порядков ($n = 1, nD$) во всех внутренних точках спектра ($i = nS, N - nS$).

Теперь система готова к работе. Измерительный процесс заключается в том, что на каждом шаге осуществляется измерение спектра $\{d_i\}$ для $i = 0, N$, решается уравнение (12) для определения Δx — смещения спектра $\{d_i\}$ относительно спектра $\{y_i\}$.

Математическое моделирование.

Для математического моделирования апробации предложенного алгоритма была написана программа, реализующая его на модельной задаче по определению смещения центральной длины волны гауссовой ВБР в амплитудно-частотной плоскости. Для гауссовой ВБР

$$G(x, \mu, \sigma, y_s, a_N) = A \times \left[\exp \left(-\frac{(x - \mu)^2}{2 \cdot \sigma^2} \right) + y_s + \left(\frac{1}{2} - \text{rnd}(1) \right) \cdot a_N \right], \quad (13)$$

где x – длина волны; μ – центральная длина волны; σ – параметр гауссова контура; y_s – минимальное значение амплитуды спектра в областях отсутствия светового отклика; a_N – амплитуда шумовой компоненты; A – максимальная амплитуда каждого из профилей.

Чтобы модель была как можно ближе к реальным физическим параметрам, амплитуда принимается равной $A = 10^4$. Амплитуда шумовой компоненты a_N не превышает 0,1 % от максимального значения амплитуды, а минимальное значение в спектре (пьедестал) в разных вариантах моделирования варьировалось от 0 до 20 % от максимального значения амплитуды. Как показало моделирование, на результат решения задачи детальный выбор

амплитуд не влияет, поскольку главным считается сохранение гауссовой формы спектра.

Остальные параметры моделирования были подобраны максимально близкими к условиям работы анализатора, собранного на базе интеррогатора-спектрометра I-MON [7], а именно: количество точек спектра $N = 510$, левая граница спектрального диапазона $\lambda_{\text{Min}} = 1510$ нм, правая граница спектрального диапазона $\lambda_{\text{Max}} = 1595$ нм, шаг дискретизации получаемого спектра $h = (\lambda_{\text{Max}} - \lambda_{\text{Min}}) / (N - 1) \approx 0,167$ нм. Центральная длина волны волоконной брэгговской решётки принима-

лась $\mu = 1550$ нм с параметром гауссова контура $\sigma = 0,2$. Максимальный диапазон ЧСС задавался в 4 нм, $\mu \pm 2$ нм, что определяет индексы диапазона в спектре $nA = 227$, $nB = 251$. Количество точек шаблона для аппроксимации производной nP принималось равным от 15 до 17. Максимальное количество членов ряда Тейлора $nD = 14$, что обеспечивало в худшем случае аппроксимацию производной конечными разностями до третьего порядка малости.

Спектр отражения ВБР с гауссовым профилем для указанных параметров моделирования приведён на рис. 2.

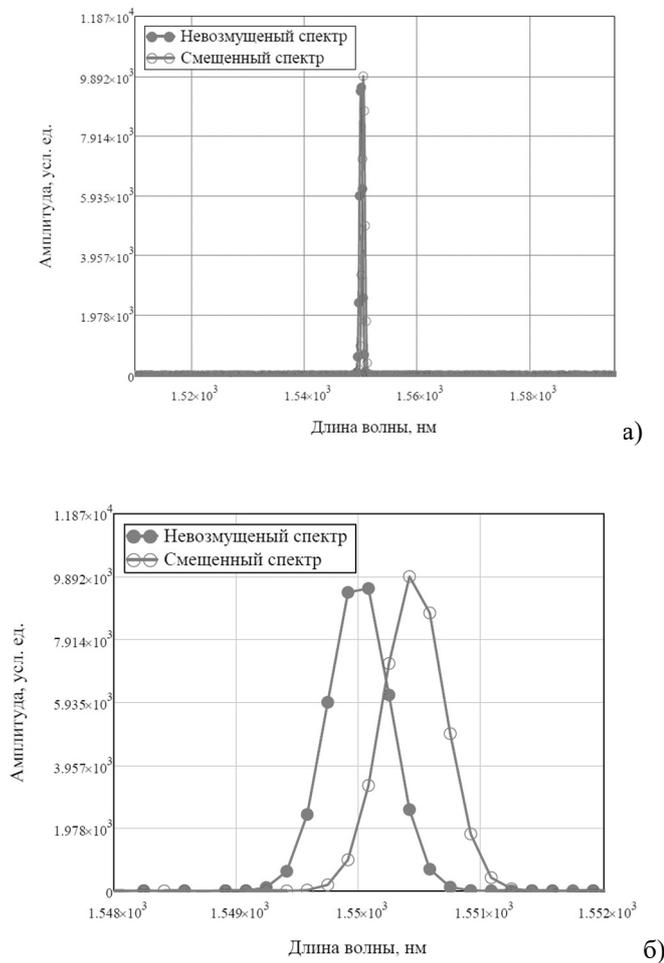


Рис. 2. Спектр гауссовой ВБР:

а) в полном спектральном диапазоне анализатора; б) в рамках выделенного диапазона длин волн датчика

Fig. 2. The Gaussian FBG spectrum, with (a) representing the full spectral range of the analyzer, and (b) showing the spectrum within the selected wavelength range sensor

Линией с маркерами-кругами с заливкой на рис. 2 обозначен невозмущённый спектр, смоделированный для нормальных условий; линией с маркерами-кругами без заливки – спектр с максимальным ЧСС в 0,5 нм для области значимых амплитуд («хвосты» спектра ВБР).

Предварительно для каждой величины смещения спектра с шагом 0,1 нм в диапазоне от $-0,5$ до $0,5$ нм была построена целевая функция $P(\Delta x)$ для определения характера её поведения (рис. 3).

Характер зависимости $P(\Delta x)$, приведённый на рис. 3, гарантирует наличие единственного вещественного корня уравнения (12) в искомом диапазоне.

Поскольку всюду определённая на отрезке функция $P(\Delta x)$ имеет на краях отрезка разные знаки, то её корень на этом отрезке может быть найден итерационным методом половинного деления. При этом критерием останова итераций примем не близость к нулю значения функции, а ве-

личину сужающегося от итерации к итерации интервала.

Чтобы абсолютная погрешность нахождения нуля уравнения (12) не превышала $\varepsilon = 10^{-14}$ м, будем задавать смещение в интервале от $-0,5$ до $+0,5$ нм, строить спектр, сдвинутый по частоте, получать его значения в контрольных точках и на основе полученных данных осуществлять сравнение двух спектров $\{y_i\}$ и $\{d_i\}$ и строить зависимость разности заданной величины частотного сдвига спектра от величины ЧСС, полученной на основе анализов спектров по предложенному алгоритму.

Построим абсолютную погрешность определения ЧСС. На рис. 4 приведена зависимость заданной и вычисленной величин ЧСС относительно его невозмущённого состояния (пунктирная линия, по левой оси) и абсолютная погрешность определения ЧСС (сплошная линия, по правой оси) при его разных значениях.

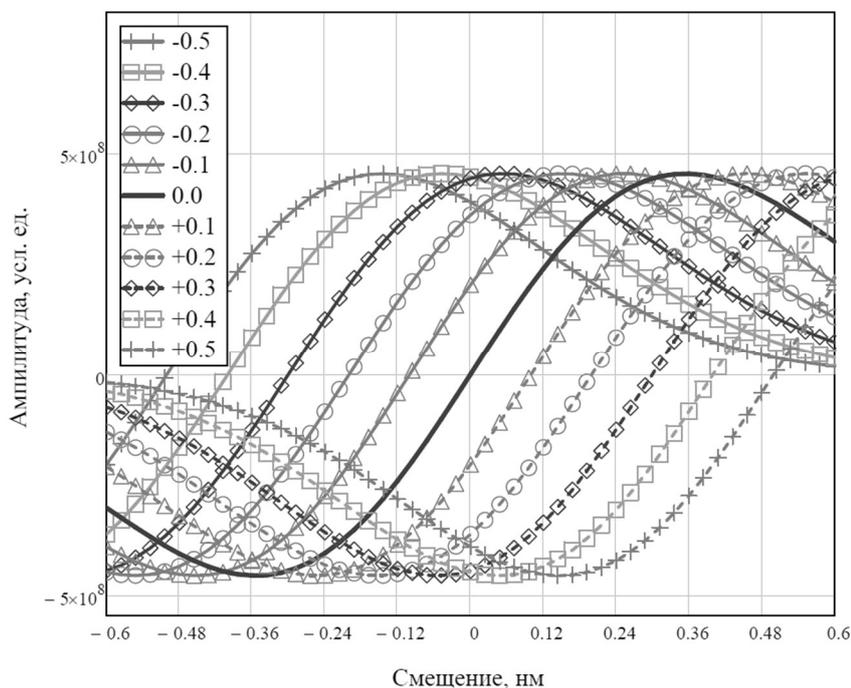


Рис. 3. Характер поведения целевой функции в диапазоне ЧСС от $-0,5$ до $0,5$ нм для гауссовой ВБР, построенный для каждого ЧСС в указанном диапазоне с шагом 0,1 нм. Различными маркерами и стилем приведены зависимости при разных значениях ЧСС, указанных в легенде

Fig. 3. The behavior of the objective function within the range of the frequency shift of the spectrum (FSS) from -0.5 to 0.5 nm for the Gaussian FBG. The graph was constructed for each FSS within the specified range, with a step of 0.1 nm. Different markers and styles indicate the dependencies for different FSS values as indicated in the plot legend

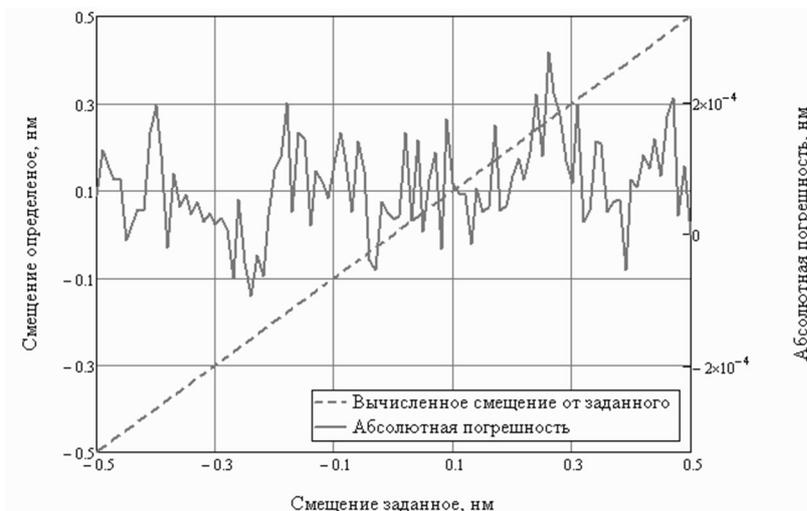


Рис. 4. Зависимость заданной и вычисленной величин ЧСС относительно невозмущённого состояния гауссовой ВБР (пунктирная линия, левая ось) и абсолютная погрешность определения ЧСС (сплошная линия, правая ось) при его разных значениях

Fig. 4. The dependence of the given and calculated FSS values relative to the unperturbed state of the Gaussian FBG (dashed line, left axis). The absolute error in determining the FSS is also shown (solid line, right axis) at different FSS values

Анализ данных, приведённых на рис. 4, позволяет сделать вывод, что максимальная погрешность определения ЧСС ВБР с гауссовым профилем не более 0,3 пм, что практически на полтора порядка превышает возможности других методов аппроксимации положения центральной длины волны [4–7].

Численное моделирование показало, что чем меньше точек спектра задействуется в описании спектра, то есть чем уже спектральный отклик, тем менее точным получается вычисление реального ЧСС по дискретно полученным значениям.

Наилучшие результаты аппроксимации дают приближения функций разложением в ряд Тейлора с производной до 13–15 порядков включительно, с аппроксимацией производных по 17-точечному шаблону, что обеспечивает аппроксимацию конечных разностей с погрешностью от 2 до 4 порядков малости. Использование 19-точечного шаблона и более для аппроксимации вызывает ряд сложностей, поскольку в этом случае матрица уравнения (5) слабо определена (определитель матрицы очень велик) и решение системы уравнений напрямую вызывает заметные

сложности, что влечёт за собой невозможность вычисления коэффициентов аппроксимации производных через такое большое количество точек. Использование конечных разностей до первого порядка аппроксимации не увеличивает точности аппроксимации смещения спектра.

Обсуждение полученных результатов. Преимуществом предложенного метода уточнения ЧСС, полученного в условиях малой разрешающей способности анализатора, с практической точки зрения является то, что он не содержит сложных вычислений и может быть реализован на простейшем микроконтроллере. Вся основная относительная вычислительная сложность приходится на предварительную последовательность действий по анализу невозмущённого спектра гауссовой ВБР, выполняемую однократно. В процессе каждого измерения решается задача о нахождении единственного существующего вещественного корня полинома (12). Причем для решения этой задачи может быть использован простой метод половинного деления, обеспечивающий нахождение корня не более чем за 30–35 итераций в зависимости от требуемой

точности. При кажущейся простоте математического аппарата предложенный метод позволяет практически на полтора порядка превзойти возможности других методов уточнения положения центральной длины волны ВБР и почти на три порядка уточнить значение ЧСС, полученное в условиях слабой разрешающей способности анализатора спектра, и гарантировать определение ЧСС ВБР с погрешностью, на три порядка превышающей его разрешающую способность. К преимуществам метода следует также отнести его независимость от флуктуации спектра зондирующего излучения по интенсивности.

Анализ возможных применений разработанного метода не ограничен уточнением значений ЧСС для гауссовых ВБР. Он может найти применение для контроля ЧСС сдвига окон прозрачности различных волоконных брэгговских структур, описываемых лоренцевской зависимостью, контура усиления бриллюэновских систем, описываемых, как правило, комбинированным гауссово-лоренцевским контуром, контуров поглощения газов в ли-

дарных системах и т.д. Особо следует выделить возможности метода при анализе ЧСС в периодических СВЧ-структурах брэгговского типа, основанных на трансфере технологий оптического диапазона в микроволновый, да и в резонансных СВЧ-измерениях, например, при контроле процесса СВЧ-полимеризации и т.д. При этом преодолевается малая разрешающая способность ряда моделей электронных векторных анализаторов.

Заключение. Применение метода существенно повышает возможности оптико-электронных и микроволновых измерительных систем, построенных на анализе ЧСС центральной длины волны или частоты избирательного контура в общем случае произвольной спектральной формы при условии стабильности её функционального описания при сдвиге и её детального предварительного измерения. Только в этом случае возможна работа по уточнению значения частотного сдвига спектра произвольной формы, полученного в условиях малой разрешающей способности оптико-электронного или радиочастотного анализаторов.

Список литературы / References

1. Tosi D. Advanced Interrogation of Fiber-Optic Bragg Grating and Fabry-Perot Sensors with KLT Analysis // *Sensors*. 2015. Vol. 15. Pp. 27470–27492.
2. Gong Y., Li K., Zhang Z. Investigation on Low Cost Optical Fiber Sensor Interrogator // *Instrum Exp Tech*. 2021. Vol. 64. Pp. 765–767.
3. Experimental evaluation of low-cost interrogation techniques for FBG sensors / P. Silveira, A. Dante, M. Keley et al. // *IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC)*. 2018. Pp. 1–6.
4. Fast Peak-tracking Method for FBG Reflection Spectrum and Nonlinear Error Compensation / J. Wang, T. Huang, F. Duan et al. // *Optics Letters*. 2020. Vol. 45. Pp. 451–454.
5. Improvement of Fiber Bragg Grating Wavelength Demodulation System by Cascading Generative Adversarial Network and Dense Neural Network / S. Li, S. Ren, S. Chen et al. // *Appl. Sci*. 2022. Vol. 12. P. 9031.
6. Algorithm of FBG Spectrum Distortion Correction for Optical Spectra Analyzers with CCD Elements / V. Anfinogentov, K. Karimov, A. Kuznetsov et al. // *Sensors*. 2021. Vol. 21, iss. 8. P. 2817.
7. Application of Gaussian Function for Modeling Two-Frequency Radiation from Addressed FBG / R. Gubaidullin, T. Agliullin, I. Nureev et al. // *IEEE Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*. 2020. Pp. 1–4.
8. Capmany J., Novak D. Microwave photonics combines two worlds // *Nature Photonics*. 2007. Vol. 1, iss. 6. Pp. 319–330.
9. Refractive-index sensor based on tilted fiber Bragg grating interacting with multimode fiber / Y. Jin, X. Dong, H. Gong et al. // *Microwave and Optical Technology Letters*. 2010. Vol. 52, iss. 6. Pp. 1375–1377.
10. Morozov O.G., Sakhabutdinov A.J. Addressed fiber Bragg structures in quasi-distributed microwave-photonics sensor systems // *Computer Optics*. 2019. Vol. 43, iss. 4. Pp. 535–543.
11. Multicast Fiber Bragg Structures in Microwave Photonics Sensor Systems / T. Agliullin, V. Anfinogentov, Rin. Misbakhov et al. // *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2020. Vol. 6, iss. 1. Pp. 6–13.

12. Multi-Addressed Fiber Bragg Structures for Microwave-Photonic Sensor Systems / O. Morozov, V. Anfinogentov, A.J. Sakhabutdinov et al. // *Sensors*. 2020. Vol. 20, Iss. 9. P. 2693.

13. Сахабутдинов А.Ж., Нуреев И.И., Морозов О.Г. Уточнение положения центральной длины волны ВРБ в условиях плохого соотношения сигнал/шум // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*. 2015. Т. 18, № 3-2. С. 98–102. /

Sakhabutdinov A.Zh., Nureev I.I., Morozov O.G. Utochnenie polozhenija central'noj dliny volny VRB v uslovijah plohogogo sootnoshenija signal/shum [Clarification of the provisions of the central wavelength FBG in low signal/noise ratio]. *Fizika volnovykh processov i radiotekhnicheskie sistemy* [Physics of Wave Processes and Radio Systems]. 2015. Vol. 18, No. 3-2. Pp. 98–102. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 15.11.2022; одобрена после рецензирования 01.12.2022; принята к публикации 15.12.2022

Информация об авторах

АГЛИУЛЛИН Артур Факилевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры радиофотоники и микроволновых технологий, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ. Область научных интересов – радиофотоника, СВЧ-электроника, системы телекоммуникаций. Автор 62 научных публикаций. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5301-7346>

АГЛИУЛЛИН Тимур Артурович – кандидат технических наук, доцент кафедры радиофотоники и микроволновых технологий, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ. Область научных интересов – радиофотоника, волоконно-оптические сенсоры и системы интеррогации, динамика автотранспортных средств. Автор 67 научных публикаций. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1043-7487>

ВАЛЕЕВ Булат Ильгизярович – студент кафедры радиофотоники и микроволновых технологий, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ. Область научных интересов – радиофотоника, волоконно-оптические сенсоры и системы интеррогации. Автор 5 научных публикаций. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1643-4183>

КУЛИКОВА Елена Вячеславовна – заведующий учебной лабораторией кафедры радиофотоники и микроволновых технологий, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ. Область научных интересов – волоконно-оптические сенсоры и системы интеррогации. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6009-2432>

МАЛЬЦЕВ Андрей Владимирович – аспирант кафедры радиофотоники и микроволновых технологий, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ. Область научных интересов – радиофотоника, волоконно-оптические сенсоры и системы интеррогации. Автор одной научной публикации. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9255-9076>

МОРОЗОВ Олег Геннадьевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой радиофотоники и микроволновых технологий, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ. Область научных интересов – волоконно-оптические технологии, радиофизика, радиофотоника, микроволновые технологии, распределённые сенсорные системы, квантовые технологии. Автор 840 публикаций. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4779-4656>

САХАБУТДИНОВ Айрат Жавдатович – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры радиофотоники и микроволновых технологий, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ. Область научных интересов – микроволновая фотоника, волоконно-оптические сенсоры и системы интеррогации. Автор 318 научных публикаций. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0713-7806>

Вклад авторов:

Аглиуллин А. Ф. – редактирование статьи.

Аглиуллин Т. А. – оформление результатов, редактирование статьи.

Валеев Б. И. – компьютерное моделирование.

Куликова Е. В. – аналитический обзор источников.

Мальцев А. В. – оформление результатов.

Морозов О. Г. – постановка проблемы, редактирование статьи, обеспечение финансирования.

Сахабутдинов А. Ж. – разработка концепции статьи, методологии исследования.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Scientific article

UDC 519.688

<https://doi.org/10.25686/2306-2819.2022.4.63>**Improved Method for Estimating Frequency Shifts in Low-Resolution Spectral Analysis**

*A. F. Agliullin, T. A. Agliullin, B. I. Valeev, E. V. Kulikova,
A. V. Maltsev, O. G. Morozov, A. Zh. Sakhabutdinov*[✉]

Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev – KAI,
10, K.Marx St., Kazan, 420111, Russian Federation
azhsakhabutdinov@kai.ru[✉]

Keywords: *method for determining the frequency shift of the spectrum; resolution; mathematical justification; results of mathematical modeling; application prospects*

ABSTRACT

Introduction. Determining the frequency shift of the spectrum (FSS) caused by various physical influences is a pressing challenge in many scientific and technological fields. However, existing devices, such as optoelectronic spectrum analyzers, often lack the necessary resolution to accurately measure FSS. To address this issue, it is necessary to develop mathematical methods for estimating FSS while improving measurement accuracy. While increasing the resolution of optical-electronic spectrum analyzers can directly address this challenge, doing so requires costly component upgrades that may be prohibitively expensive. This problem is particularly relevant for interrogation systems of the central wavelength of fiber Bragg gratings (FBGs). The **aim** of this paper is to develop and evaluate a signal processing method for analyzing the spectrum of a Gaussian fiber Bragg grating (FBG) under low instrumental resolution conditions. The method should enable accurate determination of the central wavelength position of the FBG, with a possible spectrum shift of ± 0.5 nm (± 60 GHz) on either side of the unperturbed lattice position. **Methods.** To address this challenge, we assume that external physical impacts on the Gaussian FBG only affect its amplitude and FSS, without distorting the Gaussian shape. This approach accounts for fluctuations in the radiation source's power level and dynamic losses. We also assume that the FSS and amplitude changes occur simultaneously. Our study proposes a mathematical algorithm for determining the coordinates of refined shift vector D along the frequency and amplitude axes. Although our main goal is to find the FSS along the frequency axis, we approach the problem in a general case. **Conclusion.** although the mathematical apparatus used may seem simple, the proposed algorithm has demonstrated the ability to surpass other methods by one and a half orders of magnitude in estimating the position of the central FBG wavelength, and by almost three orders of magnitude in estimating the FSS value obtained through low-resolution spectrum analysis. This algorithm ensures that the FSS of FBG can be determined with an error of three orders of magnitude greater than its resolution. Additionally, the method has the advantage of being independent of the intensity of fluctuations of the probing radiation spectrum. The paper also discusses the potential applications of the developed method.

Funding: The work was supported by the Ministry of Science and Higher Education within the framework of the program «Prioritet 2030».

The article was submitted 15.11.2022; approved after reviewing 01.12.2022;
accepted for publication 15.12.2022

For citation: Agliullin A. F., Agliullin T. A., Valeev B. I., Kulikova E. V., Maltsev A. V., Morozov O. G., Sakhabutdinov A. Zh. Improved Method for Estimating Frequency Shifts in Low-Resolution Spectral Analysis. *Vestnik of Volga State University of Technology. Ser.: Radio Engineering and Infocommunication Systems.* 2022. No. 4 (56). Pp. 63–74. DOI: <https://doi.org/10.25686/2306-2819.2022.4.63>

Information about the authors

Artur F. Agliullin – Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Radio Photonics and Microwave Technologies at Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI. Research interests – radio photonics, microwave electronics, telecommunications systems. The author of 62 scientific publications. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5301-7346>

Timur A. Agliullin – Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor at the Department of Radio Photonics and Microwave Technologies at Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI. Research interests – radio photonics, fiber-optic sensors and interrogation systems, vehicle dynamics. The author of 67 scientific publications. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1043-7487>

Bulat I. Valeev – student at the Department of Radio Photonics and Microwave Technologies at Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI. Research interests – radio photonics, fiber-optic sensors and interrogation systems. The author of 5 scientific publications. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1643-4183>

Elena V. Kulikova – Head of the Educational Laboratory of the Department of Radio Photonics and Microwave Technologies at Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI. Research interests are fiber-optic sensors and interrogation systems. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6009-2432>

Andrey V. Malcev – postgraduate student at the Department of Radio Photonics and Microwave Technologies, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI. Research interest – microwave photonics; fiber optic sensors and interrogation systems. The author of 1 scientific publications. ORCID: [0000-0002-9255-9076](https://orcid.org/0000-0002-9255-9076).

Oleg G. Morozov – Doctor of Engineering Sciences, Professor, Head of the Department of Radio Photonics and Microwave Technologies at Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI. Research interests – fiber optic technologies, radio physics, radio photonics, microwave technologies, distributed sensor systems, quantum technologies. The author of 840 publications. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4779-4656>

Airat Zh. Sakhabutdinov – Doctor of Engineering Sciences, Associate Professor, Professor at the Department of Radio Photonics and Microwave Technologies at Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI. Research interests – microwave photonics, fiber-optic sensors and interrogation systems. The author of 318 scientific publications. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0713-7806>

Contribution of authors:

Agliullin A. F. – edited the article.

Agliullin T. A. – presented the results and edited the article.

Valeev B. I. – conducted the computer modeling.

Kulikova E. V. – provided an analytical review of sources.

Malcev A. V. – presented the results.

Morozov O. G. – formulated the problem, provided funding, and edited the article.

Sakhabutdinov A. Zh. – developed the concept of the article and research methodology.

Authors declare that they have no conflict of interest.

All authors read and approved the final manuscript